

一个用于瞬时单位线参数更新的递归公式的推导及应用

董晓华, 刘冀, 邓霞, 薄会娟

(三峡大学水利与环境学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 在应用瞬时单位线(IUH)进行流域汇流模拟时,需要先率定其2个参数:线性水库的个数 n 及调蓄系数 K 。研究表明,用传统的矩法率定得到的IUH,对地面径流的模拟精度较差,需要对参数进行更新。此前袁作新给出了一个用于参数更新的递归公式。本文推导了一个新的递归公式,并与袁作新公式的应用效果进行了对比。新递归方程的推导原理是针对地面径流过程线的2个特征值:洪峰流量和峰现时间,按模拟值与观测值之间的比来调整参数 n 和 K ,以使调整后得到的地面径流尽量接近观测值,调整的目标函数选取确定性系数(DC)和误差的均方值(MSE)。将新递归公式和袁作新公式应用于2个案例。结果表明,新递归公式在提高地面径流模拟精度上要优于袁作新公式,对于案例1,新递归公式能提高模拟精度,而袁作新公式则不能;对于案例2,新递归公式提高模拟精度的幅度要高于袁作新公式,DC值提高了1.1%,MSE值降低了14.2%。分析原因认为较大的参数调整幅度可能跨越最优点,而新递归公式对参数的调整幅度小于袁作新公式,从而使其能够找到最优点。应用本文的递归公式时,不宜调整次数过多,否则会降低地面径流模拟精度,对2个案例的最优调整次数均为2次,产生此现象的原因是增加调整次数虽然可以提高对洪峰流量和峰现时间的模拟精度,但不一定能提高对整个地面径流过程的模拟精度。

关键词: 瞬时单位线;参数更新;递归公式

中图分类号: P338 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0852(2010)02-0036-08

1 前言

瞬时单位线(IUH)是指流域上分布均匀,历时趋于0,强度趋于无穷大,总量为一个单位的地面净雨在流域出口断面形成的地面径流过程线^[1]。

瞬时单位线是J.E. Nash^[2]于1957年提出来的。J.E. Nash设想流域净雨的汇流作用可由串联的 n 个相同的线性水库的调蓄作用来代替,各个线性水库的蓄泄系数均为 K 。流域出口断面的地面径流过程是流域净雨经过这些水库调蓄后的出流,受线性水库的特征 n 、 K 的控制,因此,精确模拟地面径流过程的关键是正确估算参数 n 和 K 的值。

估算 n 、 K 值的方法主要的有矩法^[3],累计量法^[3],最大似然法^[4],最小二乘法^[5]和最大熵法^[6],近期有研究者应用遗传算法来估算上述2个参数^{[7][8]}。由于简便易用,矩法是最为广泛使用的方法。瞬时单位线仅使用 n 、 K 两个参数表征流域对瞬时单位输入的响应,两个参数的微小变化会导致地面径流的计算值与观测值之间的较大差异。已有研究表明使用矩法估算的参数来模拟地面径流的误差一般很大^[9],因此需要对矩法初步估算的参数值进行调整更新,以提高地面径流的模拟精度。

为提高地面径流的模拟精度,袁作新^[10]提出了1个更新瞬时单位线参数的递归公式。作者应用袁作新公式后发现,更新

后的瞬时单位线对地面径流的模拟精度的提高并不令人满意。因此,本文提出了一个新的递归公式,与袁作新公式的应用效果进行了对比,并讨论了产生模拟精度差异的原因。

2 瞬时单位线的基本概念

J.E. Nash使用 n 个相同的线性水库来进行流域汇流过程的计算,根据瞬时单位线的定义,可导出其数学方程:

$$u(0,t) = \frac{1}{K\Gamma(n)} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} e^{-\frac{t}{K}} \quad (1)$$

式中: $u(0,t)$ 为瞬时单位线,括号中的0表示降雨历时趋于0; n 为线性水库的个数; $\Gamma(n)$ 为 n 的Gamma函数; K 为线性水库的调蓄系数,具有时间的单位。

由于现有水文数据都是时段数据,而非连续观测数据,由式(1)给出的瞬时单位线要先转化为时段单位线(TUH)才能应用。时段单位线的转换采用 S 曲线法。 S 曲线是假设流域上有净雨持续产生,且每一个时段净雨均为一个单位,在流域出口处形成的流量过程线。根据此定义, S 曲线可以写为:

$$S(t) = \int_0^t u(0,t) dt = \int_0^t \frac{1}{K\Gamma(n)} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} e^{-\frac{t}{K}} dt \quad (2)$$

当 n 、 K 已知,以不同的 t 代入上式积分,就可得到 S 曲线。

收稿日期:2009-10-10

基金项目:国家自然科学基金项目(40701024)

作者简介:董晓华(1972-),男,湖北秭归人,副教授,博士,主要从事水文水资源研究。

将以 $t=0$ 为起点的 $S(t)$ 曲线向后平移一个 Δt 时段, 即可得 $S(t-\Delta t)$ 曲线, 两条 S 曲线的纵坐标差即为时段为 Δt 的无因次时段单位线:

$$u((\Delta t, t))=S(t)-S(t-\Delta t) \quad (3)$$

式 (3) 代表 Δt 时段内流域上净雨强度为 1 产生的水量 ($\Delta t \times 1$) 在出口断面形成的地面径流过程线。将无因次单位线换算成时段为 Δt , 净雨为 10mm 的时段单位线为:

$$q((\Delta t, t))=\frac{10F}{3.6\Delta t}u(\Delta t, t)=\frac{10F}{3.6\Delta t}[S(t)-S(t-\Delta t)] \quad (4)$$

式中: $q(\Delta t, t)$ 为单位线的纵坐标, m^3/s ; Δt 为净雨时段长, h ; F 为流域面积, km^2 。

获得时段单位线后, 即可使用卷积公式推求地面径流。

3 基于矩法的参数值初步估算

J.E. Nash 利用统计学中矩的概念, 推导出由实测净雨过程 $R(t)$ 和出口断面地面径流过程 $Q(t)$ 确定式中参数 n, K 值的公式为:

$$K_0=\frac{M_Q^{(2)}-M_R^{(2)}}{M_Q^{(1)}-M_R^{(1)}}-(M_Q^{(1)}+M_R^{(1)}) \quad (5)$$

$$n_0=\frac{M_Q^{(1)}-M_R^{(1)}}{K} \quad (6)$$

式中: $M_Q^{(1)}, M_Q^{(2)}$ 分别为地面径流的一阶和二阶原点矩; $M_R^{(1)}, M_R^{(2)}$ 分别为地面净雨的一阶和二阶原点矩; 参数 n_0, K_0 的下标 0 表示是对 n, K 参数数值的初步估算。其中:

$$M_R^{(1)}=\frac{\sum_{j=1}^m R_j t_j}{\sum_{j=1}^m R_j} \quad (7)$$

$$M_R^{(2)}=\frac{\sum_{j=1}^m R_j (t_j)^2}{\sum_{j=1}^m R_j} \quad (8)$$

$$M_Q^{(1)}=\frac{\sum_{i=1}^l Q_i T_i}{\sum_{i=1}^l Q_i} \quad (9)$$

$$M_Q^{(2)}=\frac{\sum_{i=1}^l Q_i (T_i)^2}{\sum_{i=1}^l Q_i} \quad (10)$$

式中: t_j 为净雨时段起点至第 j 个时段中点的时间, $t_j=(j-\frac{1}{2})$

$\Delta t, j=1, 2, \dots, m; j$ 为净雨时段序号, m 为净雨时段总数; T_i 为地面径流时段起点至第 i 时段的时间, $T_i=i \times \Delta t, i=1, 2, \dots, l; i$ 为地面径流时段序号, l 为地面径流时段总数。

4 递归公式的推导

由于瞬时单位线仅使用 n, K 两个参数表征流域对瞬时单位输入的响应, 两个参数的微小误差会导致地面径流的计算值与观测值的较大差异。因此如果使用由式 (5) 和式 (6) 估算的参数进行地面径流模拟, 误差一般较大, 需要对参数进行调整, 以提高模拟精度。

观测地面径流过程的关键要素是洪峰流量 ($Q_{p, \text{计}}$) 和峰现时间 ($t_{p, \text{计}}$)。因此, 要提高对地面径流过程的模拟精度, 关键在于提高对洪峰流量和峰现时间的模拟精度。因此, 可以通过反复比较计算的 $Q_{p, \text{计}}$ 和 $t_{p, \text{计}}$ 与实测值 (Q_p 和 t_p) 之间的差异, 不断对其进行调整, 最后达到使地面径流的计算过程与观测过程尽可能吻合的目的。基于此思想, 基于递归公式的瞬时单位线参数值调整流程如图 1 所示。

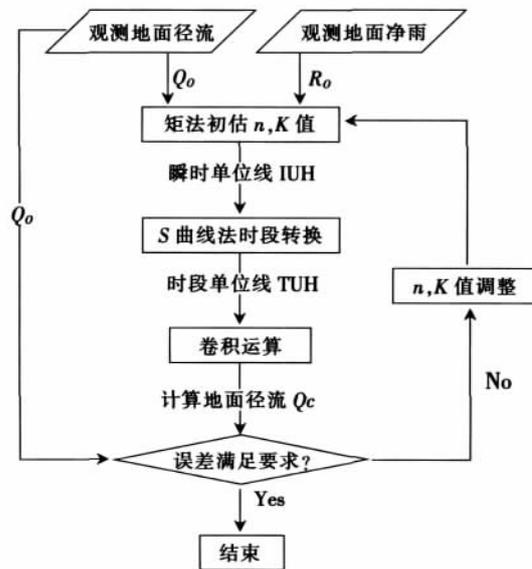


图 1 基于递归公式的瞬时单位线参数值调整流程
Fig.1 Flow chart of adjusting the IUH parameters based on recursive equations

对于由式 (5) 和式 (6) 初步估算的参数值所确定的瞬时单位线, 实施卷积运算得到的地面径流的计算式为^[3]:

$$Q(t)=\frac{V}{K_0 \Gamma(n_0)}\left(\frac{t}{K_0}\right)^{n_0-1} e^{-\frac{t}{K_0}}, t>0, V=\int_0^{\infty} Q(t) dt \quad (11)$$

式中: V 为地面径流总量。

由式 (11) 所得的计算地面径流的峰现时间 ($t_{p,0}$) 和洪峰流量 ($Q_{p,0}$) 可由以下两式计算获得:

$$\left. \frac{dQ(t)}{dt} \right|_{t=t_{p,0}}=0 \quad (12)$$

$$Q_{p,0}=Q(t_{p,0}) \quad (13)$$

式中: $t_{p,0}$ 和 $Q_{p,0}$ 的下标 0 表示是由初步估计的参数计算得到的地面径流过程的峰现时间和洪峰流量。联立并解式 (11)、式 (12)、式 (13) 可得:

$$t_{p,0}=(n_0-1)K_0 \quad (14)$$

$$Q_{p,0}t_{p,0}=\frac{V(n_0-1)e^{(1-n_0)}}{K_0\Gamma(n_0)} \quad (15)$$

对于式 (15) 中的 Gamma 函数 $\Gamma(n_0)$, 可以将其定义为非整数的阶乘。运用积分的知识, 可以证明 $\Gamma(n_0)=(n_0-1)\Gamma(n_0-1)=(n_0-1)!$ 。对于 $(n_0-1)!$ 的值, 可以使用 Stirling 公式来近似求取, 即:

$$\Gamma(n_0)=(n_0-1)! \approx \sqrt{2\pi(n_0-1)} \left(\frac{n_0-1}{e}\right)^{(n_0-1)} \quad (16)$$

这个公式是 A. de Moiver^[11] 首先发现的, 形式为:

$$N! \approx C\sqrt{N} \left(\frac{N}{e}\right)^N \quad (17)$$

式中: N 即为式 (16) 中的 (n_0-1) ; C 为常数。

A. de Moiver 并没有把式 (17) 中的 C 求出来, J. Stirling^[12] 则证明了式 (17) 中的常数 C 为 $\sqrt{2\pi}$, 因此式 (17) 被命名为 Stirling 公式。

将式 (16) 代入式 (15), 可得:

$$\begin{aligned} Q_{p,0}t_{p,0} &= \frac{V(n_0-1)e^{(1-n_0)}}{K_0(n_0-1)!} \approx \frac{V(n_0-1)e^{(1-n_0)}}{K_0\sqrt{2\pi(n_0-1)}\left(\frac{n_0-1}{e}\right)^{n_0-1}} \\ &= \frac{V}{2\pi} \frac{\sqrt{n_0-1}}{K_0} \end{aligned} \quad (18)$$

设对 n_0 和 K_0 进行第一次调整之后的值为 n_1 和 K_1 。如上所述, 对 n_0 和 K_0 进行调整的目标, 是使模拟的峰现时间和洪峰流量与实测值相等。如记实测的峰现时间和洪峰流量分别为 t_p 和 Q_p , 则 t_p 和 Q_p 可类比式 (14) 和式 (18), 由 n_1 和 K_1 表示为:

$$t_p=(n_1-1)K_1 \quad (19)$$

$$Q_p t_p = \frac{V}{2\pi} \frac{\sqrt{n_1-1}}{K_1} \quad (20)$$

将式 (14) 和式 (18) 分别除以式 (19) 和式 (20), 得:

$$\frac{t_{p,0}}{t_p} = \frac{(n_0-1)K_0}{(n_1-1)K_1} \quad (21)$$

$$\frac{Q_{p,0}t_{p,0}}{Q_p t_p} = \frac{K_1}{K_0} \sqrt{\frac{n_0-1}{n_1-1}} \quad (22)$$

整理后得到:

$$n_1=1+(n_0-1)\left(\frac{Q_p}{Q_{p,0}}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{t_p}{t_{p,0}}\right)^{\frac{4}{3}} \quad (23)$$

$$K_1=\frac{t_p}{t_{p,0}}\left(\frac{n_0-1}{n_1-1}\right)K_0 \quad (24)$$

由上面经过调整计算出的 n, K 值一般还需要经过多次调整, 才能获得满意的结果。由于这种调整过程为反复应用式 (23) 和式 (24), 为不失一般性, 可将式 (23) 和式 (24) 写为递归公式:

$$n_{k+1}=1+(n_k-1)\left(\frac{Q_p}{Q_{p,k}}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{t_p}{t_{p,k}}\right)^{\frac{4}{3}} \quad (25)$$

$$K_{k+1}=\frac{t_p}{t_{p,k}}\left(\frac{n_k-1}{n_{k+1}-1}\right)K_k \quad (26)$$

式中: k 为对参数的调整次数 (注意与大写的线性水库的蓄泄系数 K 区别), $k=0, 1, 2, \dots$, 当 k 等于 0 时, n_0 和 K_0 为由矩法初步估算的参数值, 当 k 等于 1, 2, \dots 时, 表示对参数值进行第 1, 2, \dots 等多次调整。

袁作新^[10] 也给出了与式 (25) 和式 (26) 类似的参数调整公式。如将袁作新公式改写, 以与本文符号统一, 则其对 n 值的调整公式可记为:

$$n_{k+1}=1+(n_k-1)\left(\frac{t_p Q_p}{t_{p,k} Q_{p,k}}\right)^2 \quad (27)$$

袁作新公式中, 对 K 值的调整公式与本文的式 (26) 相同。由式 (27) 可见, 式 (27) 与式 (25) 的区别在于等式右边的幂指数不同。本文将同时应用式 (25) 和式 (27), 以比较它们的参数调整效果。

应用式 (25) 和式 (26) 进行参数调整, 其效果用确定性系数 (DC) 和误差均方值 (MSE) 进行判断。 DC 和 MSE 的计算公式如下^{[13][14]}:

$$DC=1.0-\frac{\sum_{i=1}^l(Q_{0,i}-Q_{c,i})^2}{\sum_{i=1}^l(Q_{0,i}-\bar{Q}_0)^2} \quad (28)$$

$$MSE=\frac{1}{l}\sum_{i=1}^l(Q_{0,i}-Q_{c,i})^2 \quad (29)$$

式中: $Q_{0,i}$ 为第 i 时段观测地面径流, 其中第 1 个下标表示观测; $Q_{c,i}$ 为第 i 时段计算地面径流, 其中第 1 个下标表示计算; l 含义同前; \bar{Q}_0 为观测地面径流的均值。

5 递归公式的应用

5.1 数据

将本文所导出的递归公式 (25)、(26) 和袁作新公式 (27) 应用 2 个案例进行对比分析, 以检验它们对地面径流过程的模拟效果。案例 1 所使用的数据来自文献 [1] 第 107 页例 4-

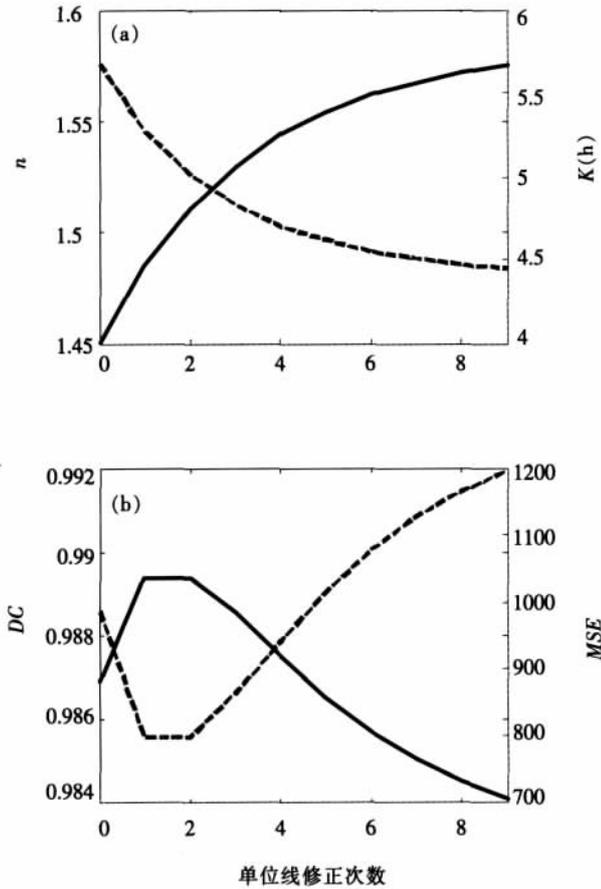


图2 应用本文递归公式于案例1所获得的参数值(n, K), 确定系数(DC)、误差均方值(MSE)与单位线修正次数的关系

Fig.2 The relationships of parameters (n, K), Deterministic Coefficient (DC) and Mean Squares Error (MSE) with the IUH adjusting times by applying the recursive equations developed in this paper and in case 1

10, 根据实测暴雨洪水资料推求净雨和地面径流, 数据采集时间间隔为 3h, 流域面积为 349km²。案例 2 所使用的数据来自文献[10]第 180 页例 7~3, 为旬河向家坪站 1956 年 8 月下旬的一次暴雨洪水过程, 数据采集时间间隔为 3h, 流域面积为 6 448km²。

5.2 案例 1: 詹道江(2000)例 4-10

应用本文递归公式和袁作新公式于案例 1 所获得的参数值 (n, k)、确定系数 (DC)、误差均方值 (MSE) 与单位线修正次数的关系分别见图 2、图 3; 应用本文递归公式和袁作新公式于案例 1 对瞬时单位线的修正效果及地面径流模拟结果分别见图 4、图 5。

由图 2(b) 可见, 对使用矩法初步估算的瞬时单位线参数, 应用本文所给出的递归公式进行更新, 最优调整次数为 2 次。在前 2 次能提高瞬时单位线对地面径流的模拟精度, 即提高确定性系数值和降低误差均方值; 在 2 次更新以后, 进一步的更新并

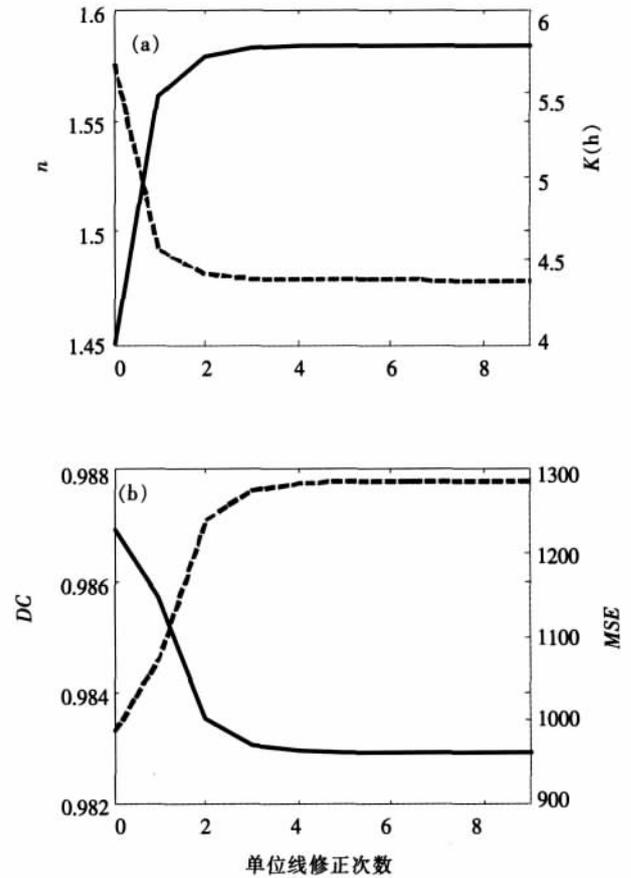


图3 应用袁作新公式于案例1所获得的参数值(n, K), 确定系数(DC)、误差均方值(MSE)与单位线修正次数的关系

Fig.3 The relationships of parameters (n, K), Deterministic Coefficient (DC) and Mean Squares Error (MSE) with the IUH adjusting times by applying the recursive equations developed by Yuan Zuo-xin and in case 1

不能提高模拟精度, 反而会降低模拟精度。

而图 3 表明, 对于案例 1, 应用袁作新公式实施对初始参数的更新并不能提高对地面径流的模拟精度。对图 5 的观察可以发现, 应用袁作新公式作第 1 次调整时, 提高了对洪峰流量的模拟精度, 但显著降低了对地面径流过程退水段的模拟精度。

产生这一现象缘于本文所导出的递归公式(25)和袁作新公式(27)中的幂指数的数值不同。式(25)和式(27)中, n_{k+1} 对 n_k 的调整幅度受 $\frac{Q_p}{Q_{p,k}}$ 项的幂指数控制, 式(25)的幂指数为 2/3, 小于式(27)的幂指数 2, 这意味着式(25)对 n 值的调整幅度要小于式(27)的调整幅度。小的调整幅度使瞬时单位线的模拟结果逐渐逼近观测值, 从而使式(25)能够辨识出最优的 n, K 值; 而式(27)由于对 n, K 值的调整幅度过大, 第 1 次调整就已经超过了 n, K 的最优值, 后续将处于过度调整状态, 不能改进模拟结果, 反而使模拟结果处于持续恶化状态。从图 2 和图 3 各自的(a)

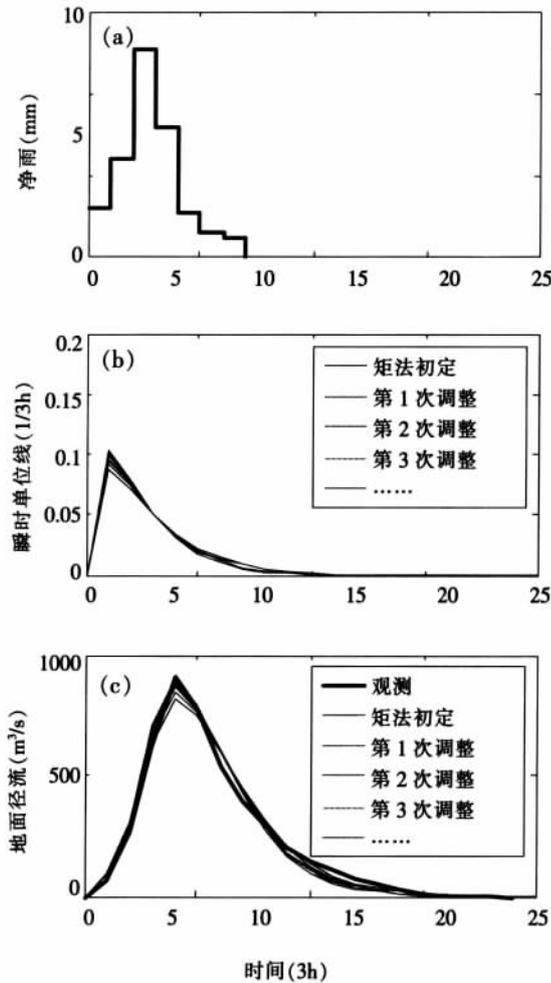


图4 应用本文递归公式于案例1对瞬时单位线的修正效果及地面径流模拟结果

Fig.4 The IUH adjusting processes and the corresponding surface runoff simulation results by applying the recursive equations developed in this paper and in case 1

(b)子图也可以看到,式(25)对 n, K 值的调整平缓,而式(27)对 n, K 值的调整幅度很大。在本案例中,基于矩法的对峰现时间 t_p 的估计准确,与 $\frac{t_p}{t_{p,k}}$ 有关的幂指数对 t_p 的调整没有起作用,见图4(c)和图5(c)。

5.3 案例2:袁作新(1990)例7-3

应用本文递归公式和袁作新公式于案例2所获得的参数值(n, k)、确定系数(DC)、误差均方值(MSE)与单位线修正次数的关系分别见图6、图7;应用本文递归公式和袁作新公式于案例2对瞬时单位线的修正效果及地面径流模拟结果分别见图8、图9。在本案例中,应用本文的递归公式仍然能够实现渐近调整(见图6(a)(b)),最优调整次数为2(见图6(b))。应用袁作新公式的最优调整次数为1次(见图7(b))。对比图6(b)和图7(b),应用袁作新公式能获得的最好模拟精度(0.9296)要稍低于本文的

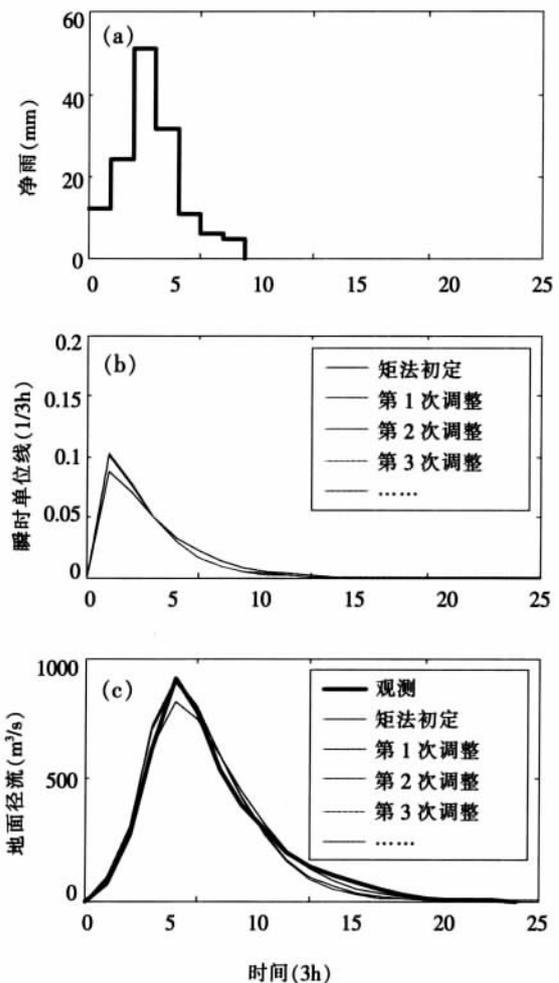


图5 应用袁作新公式于案例1对瞬时单位线的修正效果及地面径流模拟结果

Fig.5 The IUH adjusting processes and the corresponding surface runoff simulation results by applying the recursive equations developed by Yuan Zuo-xin and in case 1

递归公式的最好模拟精度(0.9396)。

应用2种方法估算的瞬时单位线参数值及地面径流模拟精度值如表1。分析表1及图2~图9可以看出,精度提高的主要原因是地面径流全过程线的模拟精度的提高,而不仅仅是对峰值模拟精度的提高。这一点在对案例2的应用结果中最为明显。由表1可见,对于案例2,应用袁作新和本文公式各调整1和2次后分别得到最佳模拟结果。从图9可见,应用袁作新公式得到最佳模拟结果的原因是峰值的计算值与观测值吻合,而过程线的其余部分差别较大。而从图8可见,当应用本文公式时,调整2次得到最佳模拟结果,但此时峰值的计算值与观测值之间的差距仍然较大。而与图9相比,地面径流过程线的其余部分则相对更为接近。

这一观察也可以从表1的数据中得到验证:与对DC值的改进幅度相比,本文公式对MSE值的改进幅度更大,分别为

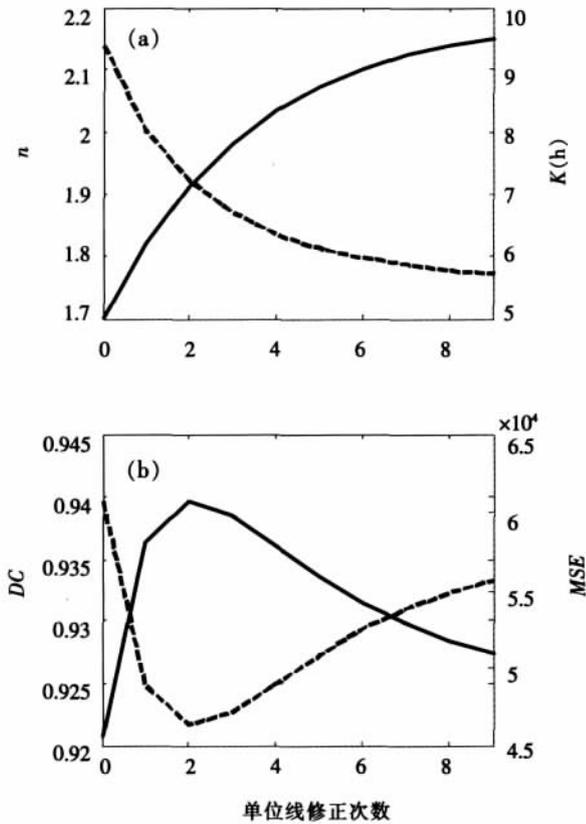


图6 应用本文递归公式于案例2所获得的参数值(n, K)、确定系数(DC)、误差均方值(MSE)与单位线修正次数的关系

Fig.6 The relationships of parameters (n, K), Deterministic Coefficient (DC) and Mean Squares Error (MSE) with the IUH adjusting times by applying the recursive equations developed in this paper and in case 2

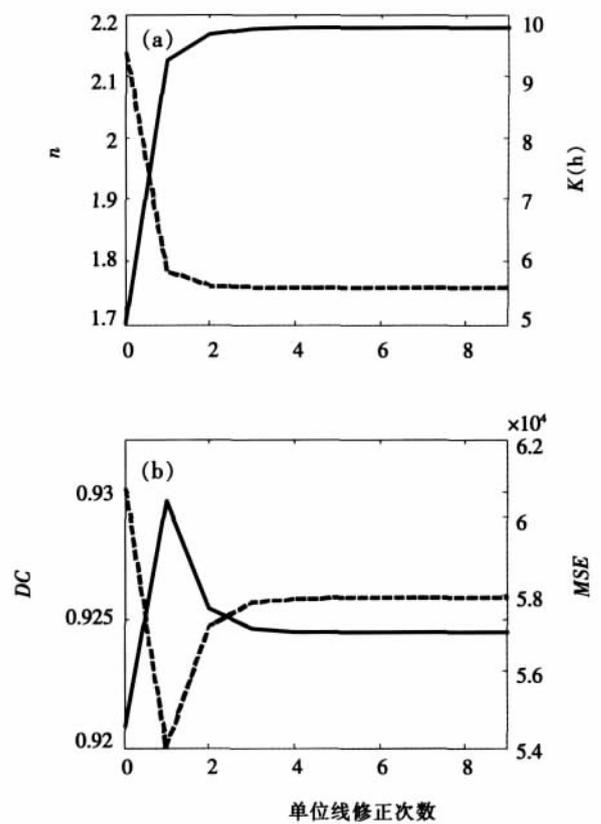


图7 应用袁作新公式于案例2所获得的参数值(n, K)、确定系数(DC)、误差均方值(MSE)与单位线修正次数的关系

Fig.7 The relationships of parameters (n, K), Deterministic Coefficient (DC) and Mean Squares Error (MSE) with the IUH adjusting times by applying the recursive equations developed by Yuan Zuo-xin and in case 2

表1 应用2种方法估算的瞬时单位线参数值及地面径流模拟精度值

Table 1 The estimated IUH parameter values and the surface runoff simulation accuracies by applying the 2 method

		最优 n 值	最优 K 值(h)	最优调整次数	最小 MSE 值	最大 DC 值
案例1	袁作新 *	1.4504	5.6758	0	985.3884	0.9869
	本文公式	1.5102	5.0106	2	797.0067	0.9894
	改进幅度(%)	4.1	-11.7		-19.1	0.3
案例2	袁作新	2.1247	5.8466	1	54006	0.9296
	本文公式	1.9825	6.6928	2	46318	0.9396
	改进幅度(%)	-6.7	14.5		-14.2	1.1

* 由于袁作新公式应用于案例1时,并不能提高对地面径流的模拟精度,故此处实际是调整前的模拟精度。

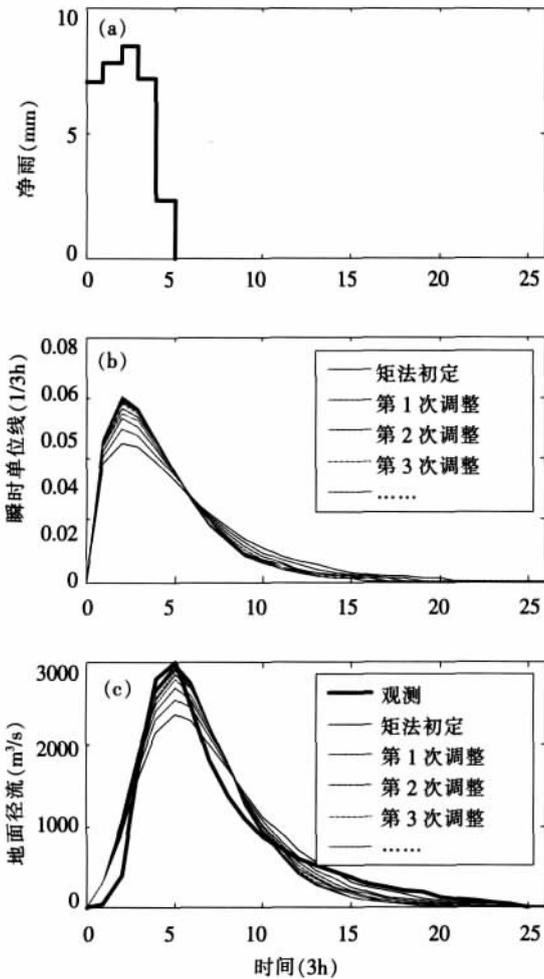


图8 应用本文递归公式于案例2对瞬时单位线的修正效果及地面径流模拟结果

Fig.8 The IUH adjusting processes and the corresponding surface runoff simulation results by applying the recursive equations developed in this paper and in case 2

19.1%和14.2%,而 DC 值只分别被改进了0.3%和1.1%。这显然是由于与 DC 值相比, MSE 对整个过程的改进更为敏感所致。

6 结语

在应用瞬时单位线计算地面径流时,传统上使用矩法估计瞬时单位线的参数值。应用基于矩法的瞬时单位线时,所计算的地面径流值一般存在较大的误差,因而需要对参数值进行更新。

本文推导了一个用于瞬时单位线参数值更新的递归公式,应用于对2个案例计算,并与袁作新公式的应用效果进行比较。结果表明:本文的递归公式能够有效地辨识出最优参数值,并且对地面径流的模拟精度要高于袁作新公式。对于案例1,应用袁作新公式更新参数并不能提高地面径流的模拟精度(相

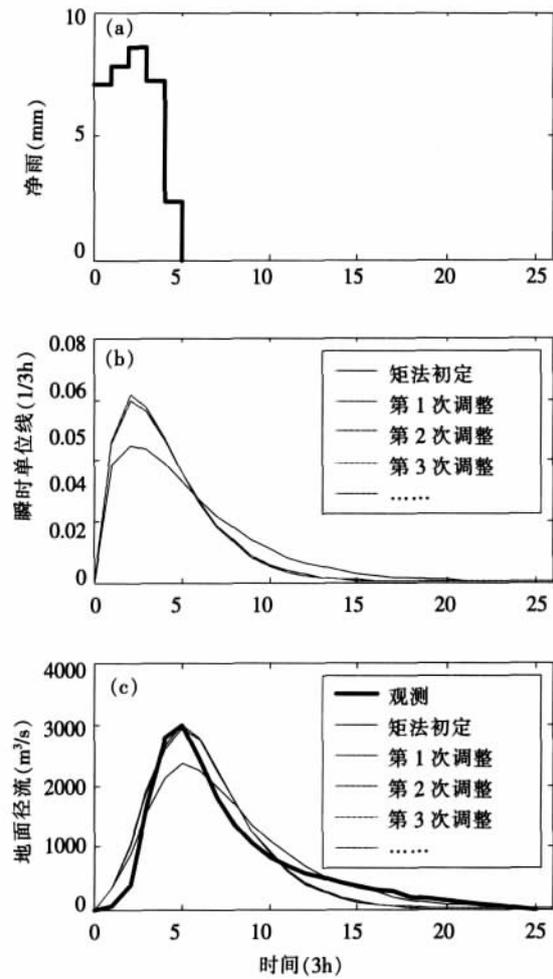


图9 应用袁作新公式于案例2对瞬时单位线的修正效果及地面径流模拟结果

Fig.9 The IUH adjusting processes and the corresponding surface runoff simulation results by applying the recursive equations developed by Yuan Zuo-xin and in case 2

对矩法初估的参数值),应用本文的递归公式则能分别提高 DC 值0.3%,和降低 MSE 值19.1%;对于案例2,应用本文的递归公式能相对应用袁作新公式提高 DC 值1.1%,和降低 MSE 值14.2%。

分析原因认为,本文所推导出的递归公式对参数值的更新幅度要较袁作新公式小,能够通过小幅调整逐步逼近最优参数值,因而效果更好,精度更高。

参考文献:

- [1] 詹道江, 叶守泽. 工程水文学 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000:104-109. (ZHAN Dao-jiang, YE Shou-ze. Engineering Hydrology [M]. Beijing: China WaterPower Press, 2000:104-109. (in Chinese))
- [2] Nash, J.E.. The form of the instantaneous unit hydrograph[J]. IAHS

- Publication, 1957, 45(3-4):114-121.
- [3] Singh, V.P.. Hydrologic Sytems, Vol.1:Rainfall-runoff Modelling [M]. Prentice HallInc, 1988.
- [4] Fiorentino, M., Gabriele, S. Distribuzione TCEV:metodi di stima dei parametri e proprieta degli stimatori[J], Geodata, 1985, 25. (in Italian).
- [5] 葛守西. 现代洪水预报技术 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999:72-81. (GE Shou-xi. Modern Flood Forecasting Technology [M]. Beijing: China WaterPower Press, 1999:72-81. (in Chinese))
- [6] Singh, V.P. and Singh, K. Derivation of the gamma distribution by using the principle of maximum entropy [J]. Water Res Bull, 1985, 21(6):941-952.
- [7] 董四辉. 遗传算法在估计瞬时单位线参数中的应用[J]. 大连铁道学院学报, 2006, 27(4):73-77. (DONG Si-hui. Study of estimating instantaneous unit hydrograph applying genetic algorithm [J]. Journal of Dalian Railway Institute, 27(4):73-77. (in Chinese))
- [8] DONG Si-Hui. Genetic Algorithm Based Parameter Estimation of Nash Model[J]. Water resources management, 2008, 22(4):525-533.
- [9] 金菊良, 丁晶, 魏一鸣. 瞬时单位线的优化估计[J]. 水力发电学报, 2003, 1:70-75. (JIN Ju-liang, DING Jing, WEI Yi-ming. Optimal estimation of instantaneous unit hydrograph [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2003, 1:70-75. (in Chinese))
- [10] 袁作新. 工程水文学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990. (YUAN Zuoxin. Engineering Hydrology [M]. Beijing: China Water Resources and Hydropower Press, 1990. (in Chinese))
- [11] Moivre, A. de. Miscellanea Analytica [M]. Londini: Excudebant J. Tonson & J. Watts, 1730.
- [12] Stirling, J. Methodus differentialis, sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum [M]. London, 1730. English translation by Holliday, J. The Differential Method: A Treatise of the Summation and Interpolation of Infinite Series. 1749.
- [13] Nash, J. E., J. V. Sutcliffe. River flow forecasting through conceptual models I: A discussion of principles [J]. Journal of Hydrology, 1970, 10:282-290.
- [14] Legates, D.R., McCabe Jr., G.J.. Evaluating the use of "goodness-of-fit" measures in hydrologic and hydroclimatic model validation [J]. Water Resources Research, 1999, 5(1):233-241.

Derivation and Appropriate Application of a Recursive Equation for Parameter Updating of the Instantaneous Unit Hydrograph

DONG Xiao-hua, LIU Ji, DENG Xia, BO Hui-juan

(College of Hydraulic and Environmental Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: Instantaneous unit hydrograph is the outflow from the instantaneous application of unit net rainfall over the catchment. The IUH is widely used for surface runoff simulation by using net rainfall as input. The IUH consists of 2 parameters, n and K , the determination of which is normally made by using the moment method. It was found in previous researches that the calculated surface runoffs based on the parameters from the moment method did not fit the observed ones well, an updating of the parameters is necessary. Therefore, the aim of this study is to firstly derive a recursive equation for parameter updating of the IUHs, and secondly investigate the appropriate number of updating times for applying the derived equation. As the most important characteristics of the surface runoff hydrographs are the peak discharge (Q_p) and the time of the rising limb (of the surface hydrograph) to reach the peak (t_p), the recursive equation was deduced by adjusting the calculated Q_p and t_p repeatedly so as to try to be equal to the observed Q_p and t_p . When applying the deduced recursive equation, it was found that the number of updating times should be appropriate, for too many number of updating times will deteriorate the performance of the IUH for simulating the surface runoffs. 2 flooding events were used for testing the recursive equation derived in this study. The results show that the appropriate number of updating times for both 2 flooding events are 2. After that number of updating times, the deterministic coefficient (DC) and mean squares error (MSE) between the calculated and observed surface runoffs will no longer be improved. The reason of the existence of this appropriate updating number is that, the updating targets: the Q_p and t_p , are actually indicating partial characterization of the surface runoffs. A precise convergence of the calculated Q_p and t_p to observed ones does not necessarily guarantee a monotonic improvement of the simulation for the overall course of the surface runoffs, which is indicated by the DC and the MSE . This indicates a lack of parameterization of the IUH, an increase of the number of parameters of the IUH may improve its performance on surface runoff simulation.

Key words: instantaneous unit hydrograph; parameter updating; recursive equation