

无浮托引张线系统浅析

卢欣春, 刘冠军, 李学胜

(国网电力科学研究院/南京南瑞集团公司, 江苏省南京市 210003)

摘要: 引张线法是测定直线型或折线型大坝坝体水平位移的重要方法之一。传统的引张线法采用浮船装置将作为基准线的钢丝托起, 再加装检测仪器, 这种方法有许多缺陷。采用碳纤维增强聚合物材料作为引张线线体, 其线密度较钢丝大大降低, 抗拉强度却大大增加, 已在部分工程中应用, 但相关文献不多, 一些性能还没有完全掌握。文中从引张线线体的数学模型入手, 分析了引张线系统的垂度公式、垂度与挂重及跨度的关系以及影响系统测量精度的因素, 并得出了一些结论。

关键词: 大坝变形监测; 水平位移; 引张线系统; 无浮托; 垂度

0 引言

坝体变形是大坝的重要监测物理量之一, 引张线法是观测大坝水平位移的一个重要手段, 具有设备简单、重复性好、投资少等优点, 且可以采用自动化的手段使观测实现完全自动化。引张线法广泛应用于水利工程。前期的引张线主要采用硬钢丝作为基准线, 由于其线密度高、垂度大, 必须采用浮船使线体的垂度满足实际要求, 但这种方法同时带来许多不可避免的缺陷, 如浮船是否自由、浮船的流体容易挥发等。而对于北方的大坝, 由于其特殊的气候环境, 坝顶根本不适合采用有浮船的引张线系统。

随着科技的发展, 碳纤维增强聚合物(CFRP)材料得到了广泛应用。由CFRP材料加工而成的碳棒作为线体使无浮托引张线系统成为可能。该线体线密度很小, 直径为1 mm的碳棒线密度约为1.5 g/m, 抗拉强度达到2 500 MPa, 也为引张线系统的完全自动化提供了强有力的支撑。目前, 应用于大坝观测的无浮托引张线系统还不是很多, 对该系统工作性能的了解还处于摸索中, 研究该系统的数学模型并对其进行分析, 具有现实指导意义。

1 数学模型的建立

图1为引张线系统示意图。

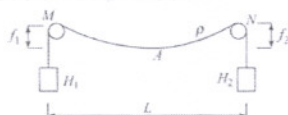


图1 无浮托引张线系统示意图

图1所示系统左右两端为2个挂重, 线体单位

长度重量为 ρ (线密度), 引张线跨度即两端点的水平距离 L , 设线体为柔软的。由此可以建立其数学模型。

1.1 两端点同一高度

如图2所示, 线体的端点 M 和 N 在同一水平面内, 线体的最低点为 A 。考察线体上点 A 到点 B 间的一段弧 AB , 设其长度为 s , 则弧 AB 所受的重力为 ρs , 由于 AB 线体是柔软的, 因而点 A 的张力沿水平方向, 大小为 H , 点 B 的张力沿该点的切线方向, 与水平线成 θ 角, 其大小设为 T 。

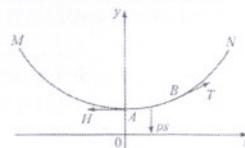


图2 两端点同一高度的线体受力分析

因作用于弧 AB 的外力相互平衡, 将其沿垂直及水平方向分解得:

$$\begin{aligned} T \sin \theta &= \rho s \\ T \cos \theta &= H \\ \tan \theta &= \frac{\rho s}{H} \end{aligned}$$

即

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\rho s}{H}$$

等号两边求得:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\rho}{H} \frac{ds}{dx}$$

利用弧微分公式 $ds = \sqrt{1+y'^2} dx$, 且令:

$$a = \frac{H}{\rho} \quad (1)$$

便得到线体满足的微分方程^[1]:

$$y'' = \frac{1}{a} \sqrt{1+y'^2}$$

解此方程得:

$$y = a \cosh \frac{x-c_1}{a} + c_2 \quad (2)$$

式中: c_1 和 c_2 为积分常数。

式(2)即为引张线的悬链线的普遍方程。它以 $x=c_1$ 为对称轴,最低点 A 在直线 $y=c_2$ 以上 a 个单位。 $y=c_2$ 为悬链线的基线。

特别地,当 y 轴为对称轴, x 轴为基线时,悬链线方程变为如下形式,称为悬链线的最简方程:

$$y = a \cosh \frac{x}{a} \quad (3)$$

1.2 两端点不同高度

如图3所示,线体的端点 M 和 N 不在同一水平面内。设 M 为低端, N 为高端,两端点的高度差为 h ,水平投影距离为 L ,端点 M 与 N 间悬链线长度为弧 MN 长。线体最低点为 A ,点 A 与点 M 的高度之差为 f_1 ,与点 N 的高度之差为 f_2 。

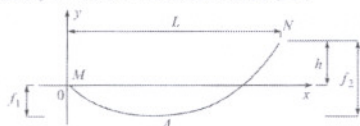


图3 两端点不同高度的线体受力分析

建立过点 M 和 N 、端差为 h 、跨度为 L 的数学模型:

$$a \cosh \frac{c_1}{a} + c_2 = 0$$

$$a \cosh \frac{L-c_1}{a} + c_2 = h$$

解此方程得:

$$c_1 = \frac{L}{2} - a \ln \frac{h + \sqrt{h^2 + 4a^2 \sinh^2 \frac{L}{2a}}}{2a \sinh \frac{L}{2a}}$$

$$c_2 = -a \cosh \left[\frac{L}{2a} - \ln \frac{h + \sqrt{h^2 + 4a^2 \sinh^2 \frac{L}{2a}}}{2a \sinh \frac{L}{2a}} \right]$$

所以:

$$y = a \cosh \frac{x-c_1}{a} + c_2 = 2a \sinh \frac{x}{2a} \cdot$$

$$\sinh \left[\frac{x-L}{2a} + \ln \frac{h + \sqrt{h^2 + 4a^2 \sinh^2 \frac{L}{2a}}}{2a \sinh \frac{L}{2a}} \right]$$

2 垂度与挂重及跨度的关系

2.1 两端点同一高度

为计算方便,可以取 y 轴为对称轴, x 轴为基线,如图2所示。悬链线方程为式(3),将 $\cosh(x/a)$ 进行泰勒级数展开,取前2项得:

$$y \approx a \left[1 + \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^2}{2} \right]$$

根据悬链线的几何意义, $x=0$ 时, y 有最小值,也就可以得到悬链线的最大垂度 f 为:

$$f \approx -\frac{L^2}{8a} = -\frac{\rho L^2}{8H} \quad (4)$$

取 $H=60 \text{ kg}$, $\rho=1.5 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$, $L=200 \text{ m}$,代入式(4)可以求出该线体的最大垂度为 125 mm 。

2.2 两端点不同高度

两端点处于不同高度时的坐标如图3所示,悬链线方程为式(2),垂点 A 的坐标为 $(c_1, a+c_2)$,因此:

$$f_1 = -(a+c_2)$$

$$f_2 = -(a+c_2) + h$$

将普通悬链线方程采用泰勒级数进行展开:

$$y = a \cosh \frac{x-c_1}{a} + c_2 =$$

$$a \left[1 + \frac{\left(\frac{x-c_1}{a}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{x-c_1}{a}\right)^4}{4!} + \dots \right] - f_1 - a$$

取前2项,方程可近似为:

$$y \approx \frac{1}{2a}(x-c_1)^2 - f_1$$

曲线过点 M ,所以有:

$$c_1^2 = 2af_1$$

$$y \approx \frac{1}{2a}(x^2 - 2c_1x)$$

曲线过点 N ,所以有:

$$c_1 = \frac{L^2 - 2ah}{2L}$$

$$y \approx \frac{1}{2a} \left(x^2 - \frac{L^2 - 2ah}{L}x \right)$$

当 $y'=0$ 时,点 A 与点 M 高度差 f_1 有最大值,此时:

$$x = \frac{L^2 - 2ah}{2L}$$

$$y \approx -\frac{(L^2 - 2ah)^2}{8L^2a} = -\frac{\rho(L^2 - 2\frac{H}{\rho}h)^2}{8L^2H} \quad (5)$$

特别地,当 $h=0$ 时,垂度 $y \approx -\rho L^2/(8H)$ 。取 $H=60 \text{ kg}$, $\rho=1.5 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$, $L=200 \text{ m}$, $h=0.4 \text{ m}$,代入式(5)可以求出该线体的垂点 A 与点 M

的垂度为 5.00 mm,与点 N 的垂度为 405.00 mm,点 A 距点 M 的距离为 20 m。当点 M 不动、点 N 向上移动 0.01 m(即 $h=0.41$ m)时,垂点 A 与点 M 的垂度为 4.05 mm,与点 M 的距离为 18 m。而对于距点 M 为 20 m 的点,此时的 y 值为 4 mm,与 h 变化前相比高度变化为 1.00 mm。

3 无浮托引张线系统的精度影响因素

3.1 温度对引张线系统的影响

受到温度的影响,引张线线体会产生热胀冷缩现象。如果无浮托引张线布设于大坝内部,年温差较小,一般在 20℃ 以内;如果布设于大坝坝顶,年温差可能达到 70℃。取首次布设时的温度为中间值,则年温差可以用 30℃ 进行分析。温度对引张线系统的影响主要体现在线密度 ρ 上:

$$\rho = \frac{G}{s}$$

$$s' = s(1 + \alpha \Delta T)$$

ρ 发生变化后,其垂度也发生变化。如果变化过大,观测仪器可能受到影响。

CFRP 材料的线膨胀系数 α 为 7×10^{-7} ,当温度变化 30℃ 时, $\Delta s = 2.1 \times 10^{-5}$ 。

$$\frac{q'}{q} = \frac{1 + 2.1 \times 10^{-5}}{1}$$

$$\frac{y'}{y} = 1 + 2.1 \times 10^{-5}$$

可以看出,垂度的变化量很小,说明外界温度的变化对引张线的影响可以忽略。

3.2 阵风对引张线系统的影响

风会对引张线线体产生较大的影响,风力作用在线体上所产生的横向偏移为^[2]:

$$\delta = f \sin\left(\arctan\left(v \frac{d}{4\rho}\right)\right)$$

式中: f 为引张线的垂度; v 为横向风速; d 为线体直径; ρ 为线体线密度。

当 CFRP 材料直径为 1 mm、拉力为 60 kg、横向风速为 0.2 m/s、 ρ 为 1.5×10^{-3} kg/m、长度为 200 m 时, δ 为 4.164 mm。由此可以看出,风对引张线的影响还是比较突出的,为了使引张线测量达到较高的精度,应该采取防风措施。

3.3 拉力变化对引张线系统的影响

当用无浮托引张线系统进行测量时,线体所受拉力的变化导致线密度和垂度发生变化。线密度的变化对于该线体来说是一个小量,该小量对于测量精度的影响可以忽略^[3]。而该拉力是由挂重、滑轮摩擦力等多个力合成的,由于摩擦力是变方向的力,因此,有必要对该力进行分析。

采用使滑轮摩擦系数较小的深沟球轴承作为滚动支撑,其摩擦力矩近似计算公式如下^[4]:

$$M_f = \mu \frac{D}{2} F$$

式中: M_f 为摩擦力矩; μ 为摩擦系数; D 为轴承内径; F 为外载荷。

取 μ 为 0.003, D 为 10 mm, $F \approx 848.5$ N(挂重 60 kg),计算得 M_f 为 12.7 N·mm。采用直径为 40 mm 的滑轮作为线体的支撑轮,则在支撑轮上线体的摩擦力为 0.636 N。当线体热胀冷缩时,线体所受的拉力差为 1.27 N。将拉力值 60.063 6 kg 和 59.936 4 kg 分别代入垂度公式,可以得到垂度分别为 124.868 mm 和 125.132 mm,两者差为 0.264 mm。这个垂度的变化量值符合一般的水平位移测量仪上、下间距的限制,但对于垂直方向的测量,该误差是不能忽略的。上述计算值是在理想状况下的理论计算值,实际使用过程中两者差值还要大。

4 结论

通过本文的分析,可以得出如下结论:

1) 采用 CFRP 材料作为无浮托引张线系统的线体具有很强的优势,使无浮托引张线系统应用于大坝监测成为可能。

2) 用无浮托引张线系统进行垂直方向测量时,有两大重要因素必须考虑并扣除其造成的误差:①采用专门的恒张力装置,使线体受到的拉力恒定;②端点垂直位置发生变化后,应由端点垂直位置变化而产生的线体本身的垂直位移扣除。

3) 无浮托引张线系统在设计、施工时应特别注意线体的防风保护,以免影响测量精度。

随着科技的发展,CFRP 材料的应用越来越普遍,将该材料应用于无浮托引张线系统具有很大的优势,目前南京南瑞集团公司水利水电技术分公司已将其应用于工程,运行效果良好。

参考文献

- [1] 同济大学数学教研室. 高等数学. 北京:人民教育出版社,1978.
- [2] 任权. 大坝变形观测. 南京:河海大学出版社,1989.
- [3] 朱伟宾,周严伟. 超长无浮托引张线技术研究. 水电能源科学,2007,25(1):75-78.
- [4] 徐源,蔡春源,严隽琪,等. 机械设计手册,第4卷. 北京:机械工业出版社,2000.

卢欣泰(1975—),男,通信作者,硕士,主要研究方向:大坝安全监测自动化仪器. E-mail: xinchuntao@163.com